Notice d'utilisation de la modélisation FOURIER

1 But

L'analyse de Fourier est destinée à calculer la réponse de structures à géométrie axisymétrique sollicitées par des chargements non axisymétriques décomposés en séries de Fourier.

Limitations :

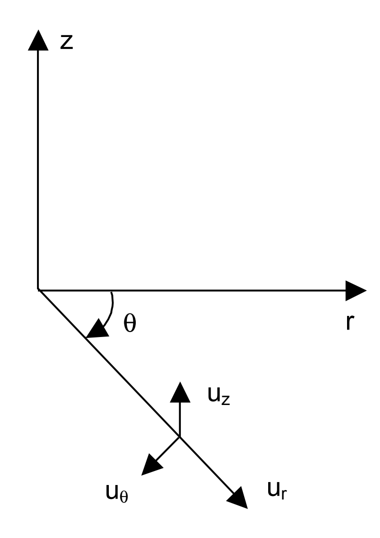
- la décomposition du chargement en séries de Fourier est supposée avoir été faite par l'utilisateur,
- l'implantation *Aster* ne concerne que les matériaux isotropes ou orthotropes,
- en thermique, il n'existe pas de commande globale permettant de résoudre un problème sur plusieurs harmoniques. Le calcul doit se faire harmonique par harmonique.

2 Notations

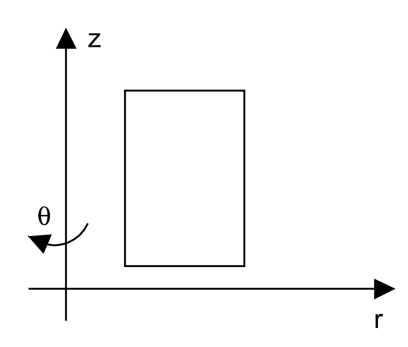
Tous les champs considérés (forces, déplacements, déformations, contraintes, flux) sont exprimés en coordonnées cylindriques avec la convention suivante sur l'ordre des composantes :

composante radiale suivant r
composante axiale suivant z
composante tangentielle (ou circonférentielle) suivant θ

Exemple : (u_r, u_z, u_θ)
(f_r, f_z, f_θ)



Le maillage est localisé dans le plan (r, z), la symétrie de révolution se faisant autour de l'axe Oz. La trièdre (r, z, θ) est orienté dans le sens direct.



3 Modélisation, chargements

Pour affecter les éléments finis axisymétriques Fourier sur le maillage, on utilise l'opérateur `AFFE_MODELE` de la façon suivante :

```
mo = AFFE_MODELE (  MAILLAGE = ma,
                    AFFE = _F (  TOUT = 'OUI',
                                 PHENOMENE = 'MECANIQUE' ou 'THERMIQUE',
                                 MODELISATION = 'AXIS_FOURIER' )
                              ) ;
```

La décomposition en séries de Fourier du chargement doit avoir été faite au préalable par l'utilisateur

soit $f=\sum_{l=0}^{N}\left[\begin{pmatrix}\cos l\theta & & 0\\ & \cos l\theta & \\ 0 & & -\sin l\theta\end{pmatrix}F_l^s(r,z)+\begin{pmatrix}\sin l\theta & & 0\\ & \sin l\theta & \\ 0 & & \cos l\theta\end{pmatrix}F_l^a(r,z)\right]$

avec $F_l^{s(a)}=\left(f_{rl}^{ss(a)},f_{zl}^{s(a)},f_{\theta l}^{s(a)}\right)$

Les charges F_l^s et F_l^a sont introduites harmonique par harmonique et type par type par l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA`. On ne précise pas le mode ni le type à ce niveau.

Exemple : on suppose un chargement en pression répartie mode 1 symétrique et en torsion pure (mode 0 antisymétrique).

On écrira :

```
ch1sym  = AFFE_CHAR_MECA  (  Modele = mo,
                             PRES_REP = _F ( GROUP_MA = 'grma',
                                             PRES = p ) ) ;
ch0anti = AFFE_CHAR_MECA  (  Modele = mo,
                             FORCE_NODALE = _F ( FZ = f,
                                                 NOEUD = ' N1 ' ) ) ;
```

Les conditions aux limites de type Dirichlet seront introduites dans une charge à part :

```
chdir = AFFE_CHAR_MECA (  Modele = mo,
                          DDL_IMPO= _F(GROUP_NO = 'grno',
                                       DX = 0.,  DY = 0.,  DZ = 0.,) ) ;
```

Les chargements admissibles par les éléments de Fourier sont :

en élasticité :

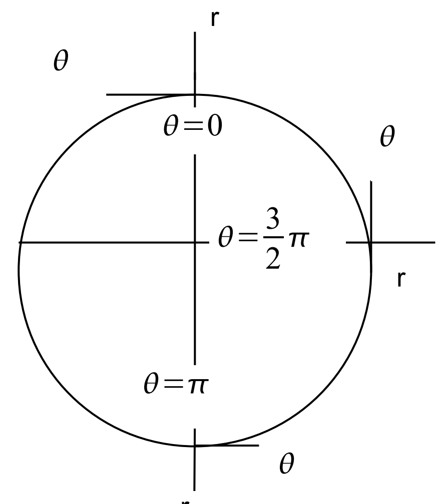
Eléments	Nature du chargement	Mot-clé `AFFE_CHAR_MECA`
TRIA3 - TRIA6 QUAD4 - QUAD8 - QUAD9	Forces de volume	`FORCE_INTERNE`
	Rotation	`ROTATION`
	Pesanteur	`PESANTEUR`
	Forces ponctuelles	`FORCE_NODALE`
SEG2 - SEG3	Pression	`PRES_REP`
	Forces surfaciques	`FORCE_CONTOUR`

en thermique :

Eléments	Nature du chargement	Mot-clé `AFFE_CHAR_THER`
Surface	Source de chaleur	`SOURCE`
Bord	Flux normal imposé	`FLUX_REP`
	Echange	`ECHANGE`

3.1 Cas particulier de la pesanteur

On considère le cylindre ci-dessous dont la partie hachurée correspond à la partie maillée sur laquelle on effectue un calcul axisymétrique Fourier (plan rZ).
Ce cylindre est soumis à son poids propre P dirigé suivant l'axe Or .

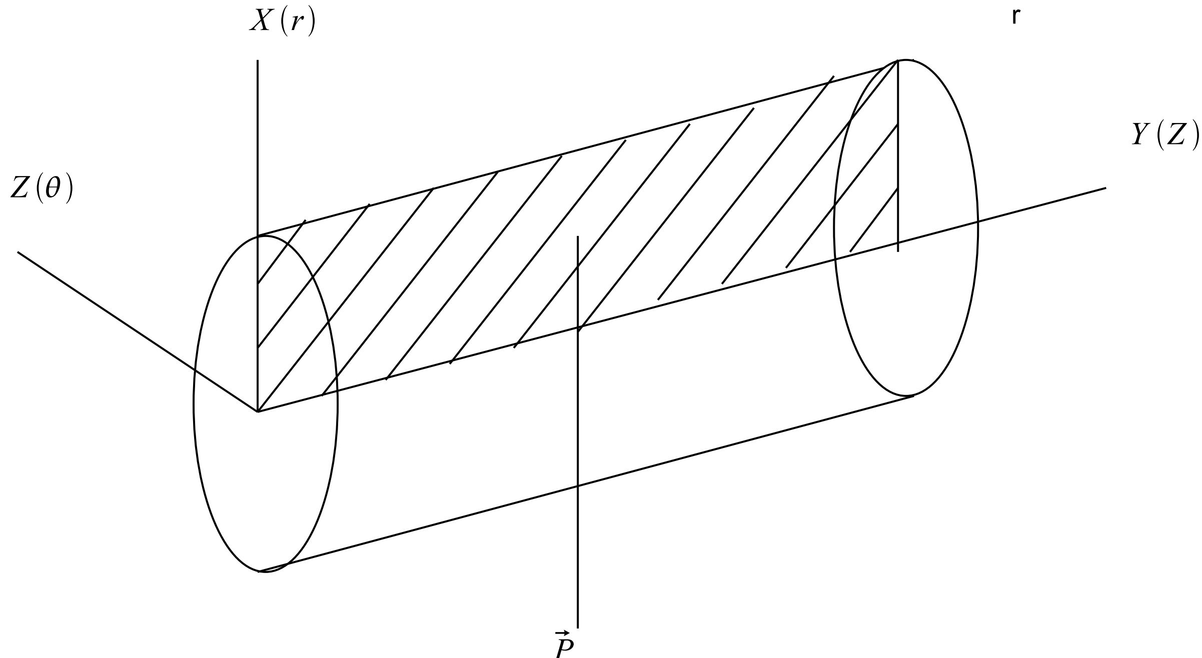


Le chargement à appliquer ici est $\vec{P}=(P_r, P_z, P_\theta)$

Avec $P_r=-g\cos\theta$ $P_z=0$ $P_\theta=g\sin\theta$

On vérifie que pour toute valeur de θ on a bien un chargement d'amplitude g dirigé vers le bas.

Le chargement voulu est donc $g(-1,0,1)$.



Néanmoins, le vecteur direction du chargement étant normé dans `AFFE_CHAR_MECA` ,il faut multiplier par cette norme pour obtenir le chargement voulu.
Le chargement à introduire dans `AFFE_CHAR_MECA` derrière le mot-clé `PESANTEUR` est donc $\sqrt{2}\,g(-1,0,1)$.
Dans `MACRO_ELAS_MULT,` ce chargement sera affecté à l'harmonique 1 symétrique (développement en série cosinus pour la composante radiale).

4 Résolution avec *Aster*

Une fois le chargement décomposé en harmoniques de Fourier, les harmoniques étant découplées les unes des autres (à nombre de Fourier différent), il faut assembler et résoudre autant de systèmes linéaires qu'il y a d'harmoniques.

De plus, le matériau étant supposé non anisotrope, pour un même numéro d'harmonique, les modes symétriques et antisymétriques sont découplées. On devra donc faire autant de résolutions (avec la charge correspondante) qu'il y a de couples (harmonique, mode) différents.

L'implantation dans *Code_Aster* est différente suivant que le phénomène est thermique ou mécanique.

4.1 Thermique

En thermique, il n'y a pas de commande globale permettant de calculer directement plusieurs harmoniques. On doit donc procéder harmonique par harmonique. De plus, les calculs de matrice et seconds membres élémentaires ne peuvent se faire qu'avec les commandes `CALC_MATR_ELEM` et `CALC_VECT_ELEM` (et non par la commande `THER_LINEAIRE`).

Le mode de Fourier est à introduire dans `CALC_MATR_ELEM` par le mot clé simple `MODE_FOURIER`. Le type de l'harmonique n'est pas nécessaire, les matrices (et vecteurs) étant indépendantes du type. Le type est seulement pris en compte à la recombinaison de Fourier.

Il est important d'assembler les matrices et vecteurs correspondant aux différentes harmoniques avec la même numérotation de façon à pouvoir recombiner les champs résultats. L'opérateur `NUME_DDL` qui construit la numérotation est donc utilisé une fois pour la première harmonique, la numérotation ainsi créée étant réutilisée pour toutes les autres harmoniques. Ceci est possible si on a différencié les charges de Dirichlet des chargements proprement dits (voir exemple [§6.1]).

4.2 Mécanique

La commande permettant de traiter plusieurs harmoniques est `MACRO_ELAS_MULT` [U4.51.02]. Dans cette macro, les harmoniques sont considérées comme des cas de charges et on fait donc autant de résolutions qu'il y a d'harmoniques. Comme en thermique, il faut différencier les charges de Dirichlet, qui doivent être identiques pour toutes les harmoniques, des chargements proprement dits, qui peuvent varier.

On obtient une structure de données `RESULTAT` contenant tous les champs correspondant aux harmoniques calculés (voir exemple [§6.2]).

5 Post-traitements

5.1 Thermique

Le calcul des flux se fait par l'opérateur CALC_CHAM_ELEM en précisant le numéro de l'harmonique par le mot clé simple MODE_FOURIER.

Les options de calcul de flux restent les options standard :

FLUX_ELNO pour calculer les flux aux nœuds par élément
FLUX_ELGA pour calculer les flux aux points de Gauss

L'ordre des composantes du vecteur flux est $(\phi_r, \phi_z, \phi_\theta)$.

La recombinaison de Fourier sur les températures se fait à partir de l'opérateur CREA_CHAMP [U4.72.04]. Elle permet d'obtenir les températures en différentes sections angulaires introduites par l'utilisateur.

La recombinaison de Fourier sur les flux est faite dans CREA_CHAMP [U4.72.04] suivant le même principe.

5.2 Mécanique

Le calcul des déformations et des contraintes se fait par l'opérateur CALC_CHAMP.

Les options de calcul restent les options standard :

EPSI_ELNO pour calculer les déformations aux nœuds par élément
SIEF_ELGA pour calculer les contraintes aux points de Gauss
SIGM_ELNO pour calculer les contraintes aux nœuds par élément
SIEQ_ELGA pour calculer les équivalents de contraintes aux points de Gauss
SIEQ_ELNO pour calculer les équivalents de contraintes aux nœuds par élément
(pour ces 2 dernières options, il faut avoir calculé SIEF_ELGA au préalable)

L'ordre des composantes du tenseur des déformations (resp. contraintes) est :
$(\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{rz}, \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{z\theta})$ $(\text{resp.}\, \sigma_{rr}, \sigma_{zz}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{rz}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{z\theta})$

La recombinaison de Fourier s'effectue par l'opérateur COMB_FOURIER [U4.83.31] qui permet de recombiner tous les harmoniques du ou des champs figurant dans la structure de données RESULTAT. Cette recombinaison peut se faire sur une liste d'angles.

Le calcul des contraintes équivalentes (von Mises, Tresca) se fait par l'opérateur CALC_CHAMP avec les options habituelles SIEQ_ELGA et SIEQ_ELNO. Il doit se faire **après** la recombinaison de Fourier sur les contraintes SIGM_ELGA.

6 Exemples

6.1 Thermique : calcul sur 2 harmoniques

Voir le cas test TPLV100 [V4.04.100].

6.2 Mécanique : calcul et recombinaison de Fourier sur 2 harmoniques

Voir le cas test SSLV109 [V3.04.109].